

P O L I M E R Y

MIESIĘCZNIK POŚWIĘCONY CHEMII, TECHNOLOGII I PRZETWÓRSTWU POLIMERÓW

ROBERT SIKORA, EMIL SASIMOWSKI

Politechnika Lubelska

Katedra Procesów Polimerowych

ul. Nadbystrzycka 36, 20-950 Lublin

Modele kinematyczne ślimakowego układu uplastyczniającego — porównanie w układzie współrzędnych śrubowych^{*)}

THE KINEMATIC MODELS OF THE SCREW-BASED PLASTIFYING SYSTEM — A COMPARISON IN THE HELICAL COORDINATE SYSTEM

Summary — Following the rectangular coordinate system (cf. *Polimery*, 1999, 44, 600), the helical coordinate system is now used to compare two kinematic models of the screw-based plastifying system (Fig. 1). In spite of the identical formal description of some equations, the two models were found to differ essentially (Figs. 4—8) for reasons principally the same as those occurring in the Cartesian system. The highest drag (and redrag) flow and pressure flow velocities are identical in either of the coordinate systems. Therefore, differences between the models compared under maximum velocity conditions are identical in either system of coordinates. In the helical system, which allows for the real geometrical elements of the helical channel, polymer flow velocity distributions are different. Rather than linear as is the case in the Cartesian system, the drag (redrag) flow velocity distribution is not linear and the pressure flow distribution is unsymmetric.

Key words: screw-based plastifying system, helical coordinate system, kinematic model with revolving screw or cylinder, numerical verification of differences.

Przegląd piśmiennictwa oraz wyniki badań porównawczych dotyczących modeli kinematycznych układu uplastyczniającego w układzie współrzędnych prostokątnych przedstawiliśmy w poprzedniej publikacji [1], natomiast prezentowana praca ma na celu analizę tego rodzaju wyników uzyskanych z zastosowaniem układu współrzędnych śrubowych. Układ ten, uwzględniający rzeczywiste elementy geometryczne ślimaka — jego krzywiznę i śrubowość — został po raz

pierwszy wprowadzony w 1964 r. przez H. J. Zamditsa [2] ze względu na to, że w razie stosowania układu współrzędnych prostokątnych zachodzi konieczność przyjęcia daleko idących uproszczeń związanych z rozwinięciem kanału śrubowego na płaszczyznę. Tego rodzaju układ współrzędnych śrubowych przyjęli i udoskonali w swoich pracach Q. P. Yu i G. H. Hu (1997) [3, 4] z założeniem, że obraca się cylinder układu uplastyczniającego.

Porównanie będące przedmiotem niniejszej pracy wydaje się być istotne ze względów poznawczych oraz praktycznych.

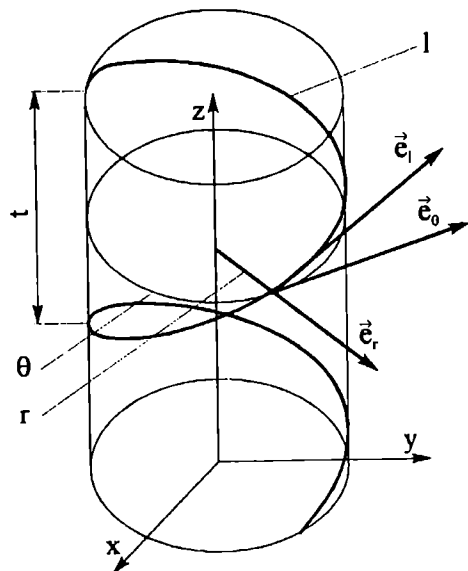
^{*)} Tekst wykładu wygłoszonego w ramach IV Profesorskich Warsztatów Naukowych "Przetwórstwo tworzyw wielkocząsteczkowych", Kazimierz Dolny, 15—18 czerwca 1999 r.

WARUNKI BADAŃ

W układzie współrzędnych śrubowych (rys. 1) według [3] przyjęto dwa następujące modele kinematyczne ślimakowego układu uplastyczniającego:

— ruch obrotowy jednostajny wykonuje cylinder, a ślimak pozostaje nieruchomy;

— ruch obrotowy jednostajny wykonuje ślimak, a nieruchomy jest cylinder.



Rys. 1. Schemat śrubowego układu współrzędnych; r , θ , l — linie współrzędnych

Fig. 1. The helical coordinate system (r , θ , l — coordinates)

Zastosowano założenia klasyczne, a więc że ślimak ma kanał śrubowy ciągły, wypełniony w całości tworzywem będącym w stanie plastycznym lub ciekłym — płynem niutonowskim. Przepływ jest izotermiczny, ustalony oraz laminarny i odbywa się pod wpływem obracającego się cylindra lub obracającego się ślimaka.

Naturalna baza śrubowego układu współrzędnych jest następująca:

$$\begin{bmatrix} \vec{e}_r \\ \vec{e}_\theta \\ \vec{e}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi + \theta) & \cos(\varphi + \theta) & 0 \\ -r \sin(\varphi + \theta) & -r \sin(\varphi + \theta) & 0 \\ -r \sin \varphi'(\varphi + \theta) & -r \sin \varphi'(\varphi + \theta) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{bmatrix}$$

gdzie: $\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_l$ — wektory bazy, odpowiednio normalny, styczny, śrubowy.

Równania transformacji układu współrzędnych śrubowych do układu prostokątnego to $x = r \cos[\varphi(l) + \theta]$, $y = r \sin[\varphi(l) + \theta]$ oraz $z = l$, przy czym $\varphi(l) = \frac{2\Pi}{t} l$ jest funkcją charakteryzującą śrubowość.

Gdy skok linii śrubowej $t \rightarrow +\infty$, wówczas $\varphi'(l) = \frac{2\Pi}{t} = 0$ i układ śrubowy staje się układem współrzędnych walcowych.

Równania równowagi w śrubowym układzie współrzędnych przybierają postać [4]:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

oraz

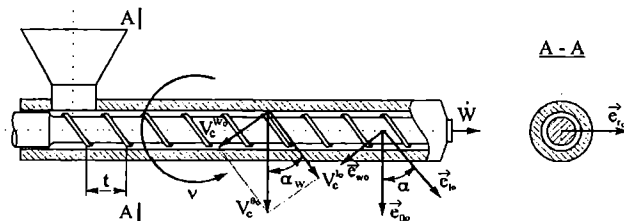
$$\frac{\sqrt{1 + (r\varphi')^2}}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} - \frac{r\varphi'}{\sqrt{1 + (r\varphi')^2}} \frac{\partial p}{\partial l} = \frac{\partial \tau^{w_0 r_0}}{\partial r} + \left(\frac{2}{r} - \frac{r\varphi'^2}{1 + (r\varphi')^2} \right) \tau^{w_0 r_0} + \frac{2\varphi'}{1 + (r\varphi')^2} \tau^{l_0 r_0} \quad (2)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + (r\varphi')^2}} \frac{\partial p}{\partial l} = \frac{\partial \tau^{l_0 r_0}}{\partial r} + \left(\frac{1}{r} - \frac{r\varphi'^2}{1 + (r\varphi')^2} \right) \tau^{l_0 r_0} \quad (3)$$

gdzie: $1/r$ — określa krzywiznę kanału śrubowego, $\tau^{l_0 r_0}$, $\tau^{w_0 r_0}$ — składowe tensora naprężenia.

MODEL Z OBRACAJĄCYM SIĘ CYLINDREM — PODSTAWY TEORETYCZNE

Rysunek 2 przedstawia schemat układu uplastyczniającego w przypadku, gdy obraca się cylinder, a ślimak pozostaje nieruchomy, z naniesionymi potrzebnymi wielkościami kinematycznymi i geometrycznymi.



Rys. 2. Schemat ślimakowego układu uplastyczniającego w przypadku, gdy ruch obrotowy wykonuje cylinder, natomiast ślimak pozostaje nieruchomy — przekrój wzdłużny; objaśnienia w tekście

Fig. 2. The screw-based plastifying system with the revolving barrel and the immobile screw: lengthwise section, explanations in main text

Wektory $\vec{e}_r, \vec{e}_{w_0}, \vec{e}_{l_0}$ stanowią fizyczną prostą bazę układu krzywoliniowego — śrubowego prostokątnego. Wektor \vec{e}_{w_0} o kierunku w poprzek kanału śrubowego określa zależność $\vec{e}_{w_0} = \vec{e}_{l_0} \cdot \vec{e}_\theta$.

Prędkość obwodową cylindra $V_c^{w_0}$ o średnicy wewnętrznej D , związaną z prędkością obrotową v , rozkłada się na dwie składowe: składową $V_c^{l_0}$ styczną do linii śrubowej kanału oraz składową $V_c^{w_0}$ prostopadłą do linii śrubowej kanału. Wektory $V_c^{w_0}$ oraz $V_c^{l_0}$ tworzą pomiędzy sobą kąt α_w zwany umownym kątem pochylecia linii śrubowej kanału przy powierzchni wewnętrznej cylindra.

Rozwiązując równania (1), (2) i (3) oraz równania na składowe tensora naprężenia:

$$\tau^{l_0 r_0} = \eta \left(\frac{\partial V^{l_0}}{\partial r} - \frac{2\varphi'}{1 + (r\varphi')^2} V^{w_0} - \frac{r\varphi'^2}{1 + (r\varphi')^2} V^{l_0} \right) \quad (4)$$

$$\tau^{w_0 r_0} = \eta \left\{ \frac{\partial V^{w_0}}{\partial r} + \left(\frac{r\varphi'^2}{1 + (r\varphi')^2} - \frac{1}{r} \right) V^{w_0} \right\} \quad (5)$$

otrzymuje się zależność (6) na prędkość przepływu tworzywa wzdłuż kanału śrubowego:

$$V^{l_0}(r) = K \left(2B \ln y + (B - C - E - F) \frac{1}{x} + 2(A - B - E) \frac{\ln y}{x} + (A - B + D) \sqrt{x} \right) \quad (6)$$

$$\dot{Q}_w = \frac{K}{\varphi'} \left[\begin{aligned} & A \left(y_s^2 \ln y_s - \frac{y_s^2}{2} + \frac{y_s^4}{4} - \ln y_s - y_c^2 \ln y_c + \frac{y_c^2}{2} - \frac{y_c^4}{4} + \ln y_c \right) + \\ & B \left(-y_s^2 \ln y_s + \frac{y_s^2}{2} - \frac{y_s^4}{4} + y_c^2 \ln y_c - \frac{y_c^2}{2} + \frac{y_c^4}{4} \right) + C (\ln y_s - \ln y_c) + \\ & E \left(y_c^2 \ln y_c - \frac{y_c^2}{2} - \ln y_c - y_s^2 \ln y_s + \frac{y_s^2}{2} + \ln y_s \right) + F \left(\frac{y_c^2}{2} - \frac{y_s^2}{2} \right) \end{aligned} \right] = 0 \quad (14)$$

oraz zależność (7) na prędkość przepływu w kierunku poprzecznym kanału:

$$V^{w_0}(r) = K \left(2(B - A + E) \ln y + (B - A) y^2 + (A - C - E) \frac{1}{y^2} + F \right) \frac{y}{\sqrt{x}} \quad (7)$$

gdzie:

$$A = \frac{1}{2\varphi'} \frac{\partial p}{\partial l} \quad (8)$$

$$B = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial \theta} \quad (9)$$

$$K = \frac{1}{2\eta\varphi'} \quad (10)$$

$$x = 1 + (r\varphi')^2 = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \quad (11)$$

$$y = r\varphi' = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \quad (12)$$

Wielkości C, D, E oraz F są stałymi całkowania. Z warunku ciągłości przepływu tworzywa wynika, że objętościowe natężenie przepływu w poprzek kanału śrubowego wynosi

$$\dot{Q}_w = \int_{r_s}^{r_c} \sqrt{1 + (r\varphi')^2} V^{w_0} dr = 0 \quad (13)$$

Po podstawieniu zależności (7) i scałkowaniu, równanie (13) przybiera postać

Wartość stałej B otrzymuje się z równania ciągłości (14), natomiast stałe całkowania C, D, E i F — w wyniku podstawienia następujących warunków brzegowych:

$$V_c^{l_0} = 2\pi\nu r_c \cos \alpha_w; \quad V_s^{l_0} = 0 \quad (15)$$

$$V_c^{w_0} = 2\pi\nu r_c \sin \alpha_w; \quad V_s^{w_0} = 0 \quad (16)$$

do równań (6) i (7) opisujących prędkość przepływu tworzywa.

Wielkości $V_c^{l_0}$ oraz $V_s^{l_0}$ są prędkościami przepływu tworzywa wzdłuż kanału śrubowego odpowiednio przy powierzchni wewnętrznej cylindra oraz przy powierzchni rdzenia ślimaka, natomiast $V_c^{w_0}$ oraz $V_s^{w_0}$ to prędkości przepływu tworzywa w poprzek kanału śrubowego odpowiednio przy powierzchni wewnętrznej cylindra oraz powierzchni rdzenia ślimaka.

Zależność pomiędzy stałymi B, C, D, E oraz F może być zapisana w postaci

$$[\Pi][X] = \frac{1}{K} [\Lambda] V_c - [P] A \quad (17)$$

gdzie:

$$[\Pi] = \begin{bmatrix} \left(\frac{-y_s^2 \ln y_s + \frac{y_s^2}{2} - \frac{y_s^4}{4}}{+y_c^2 \ln y_c + \frac{y_c^2}{2} - \frac{y_c^4}{4}} \right) (\ln y_s - \ln y_c) & 0 & \left(\frac{y_c^2 \ln y_c - \frac{y_c^2}{2} - \ln y_c}{-y_s^2 \ln y_s + \frac{y_s^2}{2} + \ln y_s} \right) \left(\frac{y_c^2}{2} - \frac{y_s^2}{2} \right) \\ (2 \ln y_c + y_c^2) & -\frac{1}{y_c^2} & 0 & \left(2 \ln y_c - \frac{1}{y_c^2} \right) & 1 \\ (2 \ln y_s + y_s^2) & -\frac{1}{y_s^2} & 0 & \left(2 \ln y_s - \frac{1}{y_s^2} \right) & 1 \\ \left(2 \ln y_c + \frac{1}{x_c} - 2 \frac{\ln y_c}{x_c} - 1 \right) & -\frac{1}{x_c} & 1 & -\left(2 \frac{\ln y_c}{x_c} + \frac{1}{x_c} \right) & -\frac{1}{x_c} \\ \left(2 \ln y_s + \frac{1}{x_s} - 2 \frac{\ln y_s}{x_s} - 1 \right) & -\frac{1}{x_s} & 1 & -\left(2 \frac{\ln y_s}{x_s} + \frac{1}{x_s} \right) & -\frac{1}{x_s} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$[\mathbf{X}] = \begin{bmatrix} B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$[\Lambda] = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{y_c} \\ 0 \\ \frac{y_c}{x_c} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$[\mathbf{P}] = \begin{bmatrix} \frac{y_s^2 \ln y_s - \frac{y_s^2}{2} + \frac{y_s^4}{4} - \ln y_s}{-y_c^2 \ln y_c - \frac{y_c^2}{2} + \frac{y_c^4}{4} - \ln y_c} \\ -\left(2 \ln y_c + y_c^2 - \frac{1}{y_c^2}\right) \\ -\left(2 \ln y_s + y_s^2 - \frac{1}{y_s^2}\right) \\ \left(2 \frac{\ln y_c}{x_c} + 1\right) \\ \left(2 \frac{\ln y_s}{x_s} + 1\right) \end{bmatrix} \quad (21)$$

Rozwiązując układ równań (17) otrzymuje się

$$B = \frac{\frac{1}{K} B_w V_c - B_c A}{M} \quad (22)$$

$$C = \frac{\frac{1}{K} C_w V_c - C_c A}{M} \quad (23)$$

$$D = \frac{\frac{1}{K} D_w V_c - D_c A}{M} \quad (24)$$

$$E = \frac{\frac{1}{K} E_w V_c - E_c A}{M} \quad (25)$$

$$F = \frac{\frac{1}{K} F_w V_c - F_c A}{M} \quad (26)$$

W równaniach (22)–(26) M jest wyznacznikiem macierzy $[\mathbf{II}]$, natomiast B_w, C_w, D_w, E_w oraz F_w są wyznacznikami macierzy otrzymanymi przez zastąpienie n -tej kolumny macierzy $[\mathbf{II}]$ przez $[\Lambda]$. Stałe B_c, C_c, D_c, E_c, F_c są wyznacznikami macierzy, które otrzymuje się zastępując n -tą kolumnę macierzy $[\mathbf{II}]$ przez $[\mathbf{P}]$.

Podstawiając równania (22)–(26) do wzoru (6) na

prędkość przepływu tworzywa wzdłuż kanału śrubowego otrzymuje się

$$V^{l_0} = U_w^{l_0} V_c^{l_0} - U_c^{l_0} \left(\frac{h^2}{2\eta\sqrt{x_c}} \frac{\Delta p}{L} \right) \quad (27)$$

gdzie:

$$U_w^{l_0} = \frac{\sqrt{x_c}}{M y_c} \left[2B_w \ln y + (B_w - C_w - E_w - F_w) \frac{1}{x} + \right. \\ \left. - 2(B_w + E_w) \frac{\ln y}{x} - B_w + D_w \right] \sqrt{x} \quad (28)$$

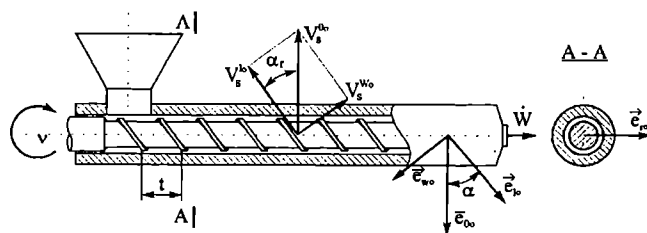
oraz

$$U_c^{l_0} = \frac{\sqrt{x_c}}{2M(y_c - y_s)^2} \left[2B_c \ln y + (B_c - C_c - E_c - F_c) \frac{1}{x} + \right. \\ \left. - 2(E_c + B_c + M) \frac{\ln y}{x} - B_c + D_c - M \right] \sqrt{x} \quad (29)$$

Pierwszy człon w równaniu (27) opisuje prędkość przepływu wleczonego, natomiast drugi — prędkość przepływu ciśnieniowego.

MODEL Z OBRACAJĄCYM SIĘ ŚLIMAKIEM — PODSTAWY TEORETYCZNE

Schemat ślimakowego układu uplastyczniającego w warunkach obracającego się ślimaka, z naniesionymi odpowiednimi wielkościami geometrycznymi i kinematycznymi, ilustruje rys. 3. Prędkość obwodową $V_s^{0_0}$ ślimaka o średnicy D , związaną z prędkością obrotową v , rozkłada się na składową $V_s^{l_0}$ styczną do linii śrubowej



Rys. 3. Schemat ślimakowego układu uplastyczniającego w przypadku, gdy ruch obrotowy wykonuje ślimak, natomiast cylinder pozostaje nieruchomy — przekrój wzdłużny; objaśnienia w tekście

Fig. 3. The screw plastifying system with the revolving screw and the immobile barrel: lengthwise section, explanations in main text

kanalu oraz składową $V_s^{w_0}$ prostopadłą do linii śrubowej kanału. Pomiędzy wektorami $V_s^{0_0}$ oraz $V_s^{l_0}$ występuje kąt α_r , równy kątowi pochylenia linii śrubowej kanału przy rdzeniu ślimaka.

Jak poprzednio w odniesieniu do obracającego się cylindra, otrzymuje się zależności analogiczne do (6) i (7), opisujące prędkość przepływu tworzywa wzdłuż i w

poprzek kanału śrubowego. Ze względu na odmienne warunki brzegowe, inne są natomiast wartości stałych B, C, D, E oraz F , występujących w tym równaniu.

Mianowicie:

$$V_s^{l_0} = 2\pi v r_s \cos \alpha_r; \quad V_c^{l_0} = 0 \quad (30)$$

oraz

$$V_s^{w_0} = 2\pi v r_s \sin \alpha_r; \quad V_c^{w_0} = 0 \quad (31)$$

Równania te podstawia się do zależności (6) i (7) opisujących prędkość przepływu tworzywa. Konsekwencją tego jest podobna jak poprzednio zależność pomiędzy stałymi B, C, D, E oraz F , przybierająca postać

$$[\Pi][X] = \frac{1}{K}[\Lambda]V_s - [P]A \quad (32)$$

gdzie macierze $[\Pi]$, $[X]$ i $[P]$ są takie same jak poprzednio, natomiast

$$[\Lambda] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ y_s \\ 0 \\ y_s \\ x_s \end{bmatrix} \quad (33)$$

Rozwiązując układ równań (32) otrzymuje się

$$B = \frac{\frac{1}{K}B_r V_c - B_c A}{M} \quad (34)$$

$$C = \frac{\frac{1}{K}C_r V_c - C_c A}{M} \quad (35)$$

$$D = \frac{\frac{1}{K}D_r V_c - D_c A}{M} \quad (36)$$

$$E = \frac{\frac{1}{K}E_r V_c - E_c A}{M} \quad (37)$$

$$F = \frac{\frac{1}{K}F_r V_c - F_c A}{M} \quad (38)$$

W równaniach (34)–(38) M jest wyznacznikiem macierzy $[\Pi]$ (18), natomiast B_r, C_r, D_r, E_r oraz F_r są wyznacznikami macierzy, które otrzymuje się przez zastąpienie n -tej kolumny macierzy $[\Pi]$ (18) przez $[\Lambda]$ (33). Sposób obliczenia oraz wartości stałych B_c, C_c, D_c, E_c i F_c są takie same jak w poprzednim modelu.

Podstawiając równania (34)–(38) do wzoru (6) na prędkość przepływu tworzywa wzdłuż kanału śrubowego otrzymuje się

$$V^{l_0} = U_r^{l_0} V_s^{l_0} - U_c^{l_0} \left(\frac{h^2}{2\eta\sqrt{x_s}} \frac{\Delta p}{L} \right) \quad (39)$$

gdzie:

$$U_r^{l_0} = \frac{\sqrt{x_s}}{M y_s} \left[2B_r \ln y + (B_r - C_r - E_r - F_r) \frac{1}{x} - 2(B_r + E_r) \frac{\ln y}{x} - B_r + D_r \right] \sqrt{x} \quad (40)$$

oraz

$$U_c^{l_0} = \frac{\sqrt{x_s}}{2M(y_c - y_s)^2} \left[2B_c \ln y + (B_c - C_c - E_c - F_c) \frac{1}{x} - 2(E_c + B_c + M) \frac{\ln y}{x} - B_c + D_c - M \right] \sqrt{x} \quad (41)$$

Pierwszy człon w równaniu (39) opisuje prędkość przepływu rwlenczonego (ze względu na to, że $\bar{V}^{l_0} = -\bar{V}_s^{l_0}$), natomiast drugi — prędkość przepływu ciśnieniowego.

WERYFIKACJA OBLICZENIOWA — MODEL Z OBRACAJĄCYM SIĘ CYLINDREM

Weryfikacja obliczeniowa dotyczy przykładu będącego odpowiednikiem procesu rzeczywistego z zastosowaniem pięciu różnych głębokości kanału ślimaka z zakresu (0,05–0,15) D . W układzie ślimakowym uplastycznianiu poddaje się PE-LD o nazwie handlowej "Lupolen 1800M" w następujących warunkach: temperatura w strefie dozowania 150°C, ciśnienie w końcu strefy dozowania $p_2 = 19,4$ MPa, prędkość obrotowa cylindra $v = 1,0$ s⁻¹. Elementy geometryczne strefy dozowania to: średnica wewnętrzna cylindra $D = 60$ mm, długość strefy $L = 4,5 D$, skok linii śrubowej $t = D$, głębokość kanału na końcu strefy dozowania $h_2 = 3; 4; 5,5; 7$ lub 9 mm, zaś na początku tej strefy $h_1 = 2,5 h_2$. Zadanie polega na wyznaczeniu prędkości poszczególnych przepływów tworzywa.

Aby skorzystać ze wzorów (27)–(29) trzeba określić $\alpha_w, \Delta p$ oraz η ; pozostałe wielkości są dane.

Ze wzoru na skok linii śrubowej ślimaka wynika, że

$$\operatorname{tg} \alpha_w = \frac{t}{\pi D} \quad (42)$$

a po podstawieniu danych liczbowych $\alpha_w = 17^\circ 39'$.

Z warunku ciągłości przepływu ciśnieniowego wynika, że

$$\frac{\pi D_{s1} h_1^3 \sin^2 \alpha_{s1} p_1}{12\eta L} = \frac{\pi D_{s2} h_2^3 \sin^2 \alpha_{s2} p_2}{12\eta L} \quad (43)$$

gdzie: p_1 — ciśnienie na początku strefy dozowania [1].

Zatem

$$p_1 = \frac{D_{s2} \sin^2 \alpha_{s2}}{D_{s1} \sin^2 \alpha_{s1}} \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^3 p_2 \quad (44)$$

Średnice średnie ślimaka na początku i na końcu strefy dozowania wynoszą, odpowiednio

$$D_{s1} = \frac{D + D_{r1}}{2} \text{ oraz } D_{s2} = \frac{D + D_{r2}}{2} \quad (45)$$

gdzie: D_{r1} oraz D_{r2} — średnice rdzenia ślimaka, odpowiednio na początku i na końcu strefy dozowania.

Z zależności na skok linii śrubowej ślimaka (42) wynika, że

$$\text{tg}\alpha_{s1} = \frac{t}{\pi D_{s1}} \text{ oraz } \text{tg}\alpha_{s2} = \frac{t}{\pi D_{s2}} \quad (46)$$

Można teraz wyznaczyć ciśnienie na początku strefy dozowania.

Zmiana ciśnienia tworzywa (w tym przypadku jego przyrost) na długości strefy dozowania wynosi $\Delta p = p_2 - p_1$.

Lepkość tworzywa zależy głównie od temperatury i szybkości ścinania w strefie dozowania. W obliczeniach należy uwzględnić wartości na końcu strefy, gdyż tam właśnie determinują się wartości interesujących wielkości. Tak więc, z wystarczającym przybliżeniem, szybkość ścinania tworzywa przy powierzchni wewnętrznej cylindra wynosi

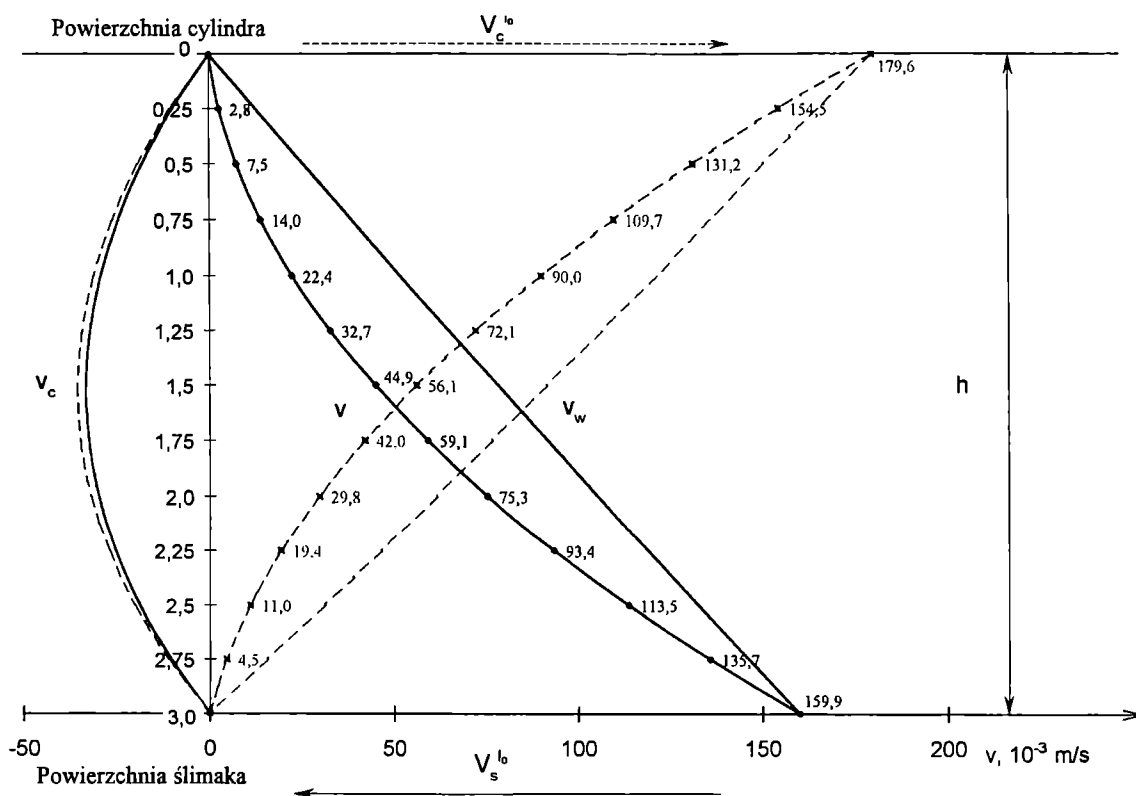
$$\dot{\gamma}_c = \frac{V_c^0}{h_2} = \frac{\pi D v}{h_2} \quad (47)$$

Z wykresu krzywej płynięcia PE-LD ("Lupolen 1800M") odczytuje się [5] w odniesieniu do poszczególnych wartości $\dot{\gamma}_c$ oraz temp. 150°C wartości lepkości η_c . Dotyczące poszczególnych głębokości kanału ślimaka wartości otrzymane z powyższych wzorów zawiera tabela 1.

T a b e l a 1. Zestawienie elementów geometrycznych kanału śrubowego o różnych głębokościach oraz parametrów reologicznych przetwarzanego PE-LD

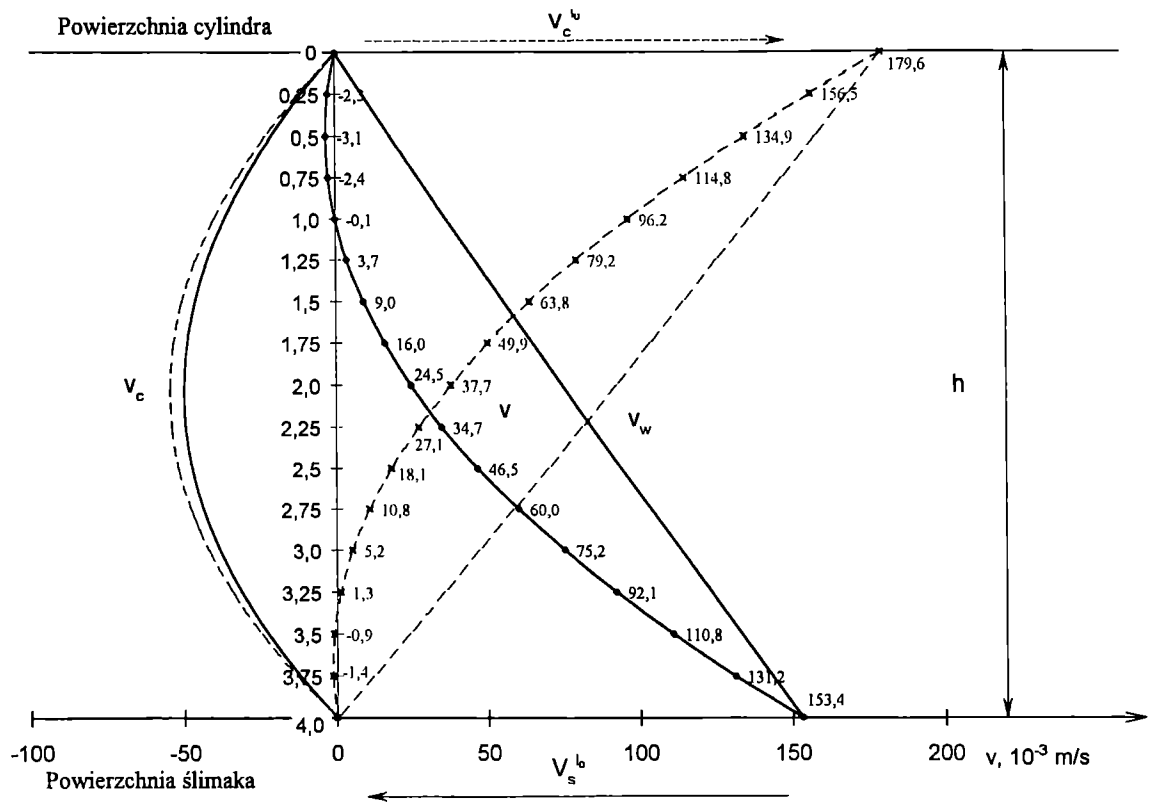
T a b l e 1. List of geometrical data on screw channels varying in depth and rheological property data for LDPE

Głębokość kanału h , mm	3	4	5,5	7	9
Warunki wytłaczania					
h_1 , mm	7,5	10,0	13,75	17,5	22,5
D_{s1} , mm	52,5	50,0	46,25	42,5	37,5
D_{s2} , mm	57,0	56,0	54,50	53,0	51,0
α_{s1} , deg	19°59'	20°54'	22°26'	24°12'	26°59'
α_{s2} , deg	18°31'	18°49'	19°18'	19°49'	20°32'
Δp , MPa	18,236	18,262	18,302	18,341	18,392
$\dot{\gamma}_c$, s ⁻¹	62,832	47,124	34,272	26,928	20,944
η_c , Pa · s	680	800	975	1150	1370
$\dot{\gamma}_s$, s ⁻¹	56,549	40,841	27,989	20,645	14,661
η_s , Pa · s	725	875	1100	1370	1630



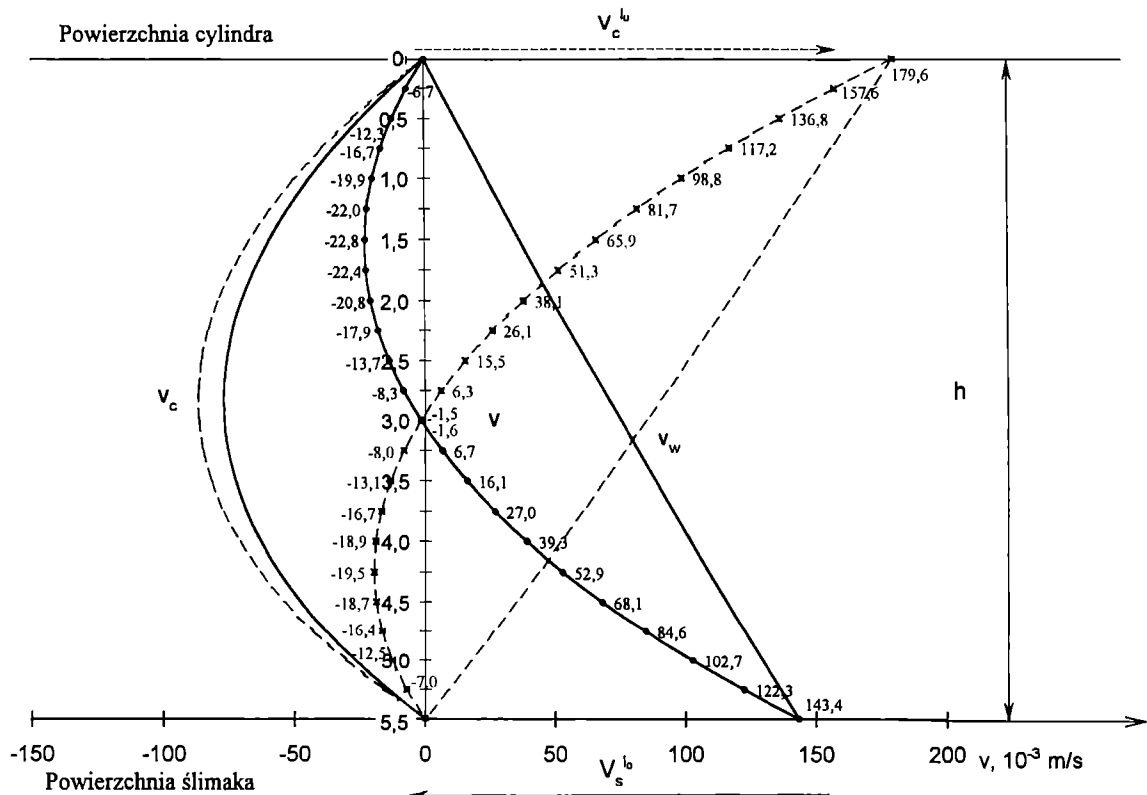
Rys. 4. Rozkłady prędkości przepływu PE-LD wzdłuż kanału śrubowego o głębokości $h = 3$ mm, do weryfikacji obliczeniowej; linie ciągłe — obraca się ślimak, linie przerywane — obraca się cylinder; pozostałe symbole w tekście

Fig. 4. LDPE flow velocity distributions along the channel $h = 3$ mm deep for calculational verification: continuous lines — screw is rotated; dashed line — barrel is rotated (for other symbols see text)



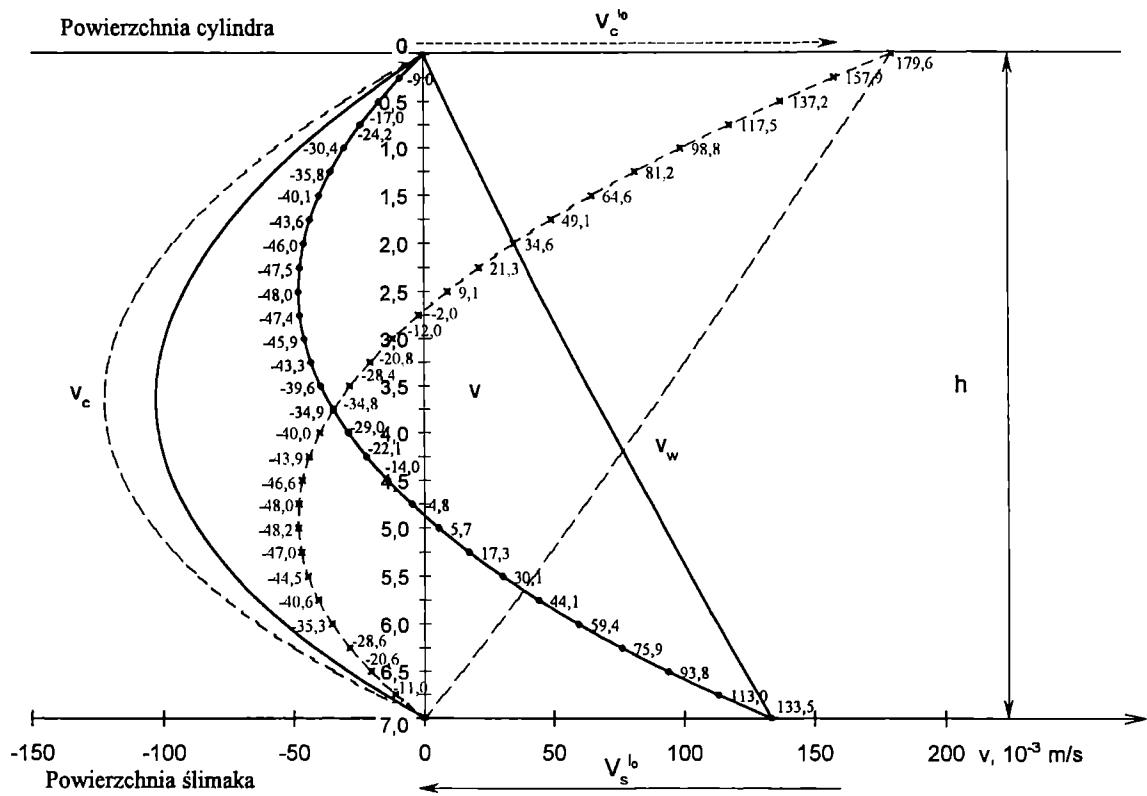
Rys. 5. Rozkłady prędkości przepływu PE-LD wzdłuż kanału śrubowego o głębokości $h = 4$ mm, do weryfikacji obliczeniowej; oznaczenia linii jak na rys. 4, pozostałe symbole w tekście

Fig. 5. LDPE flow velocity distributions along the channel $h = 4$ mm deep for calculational verification (for line designations see Fig. 4, for other designations see main text)



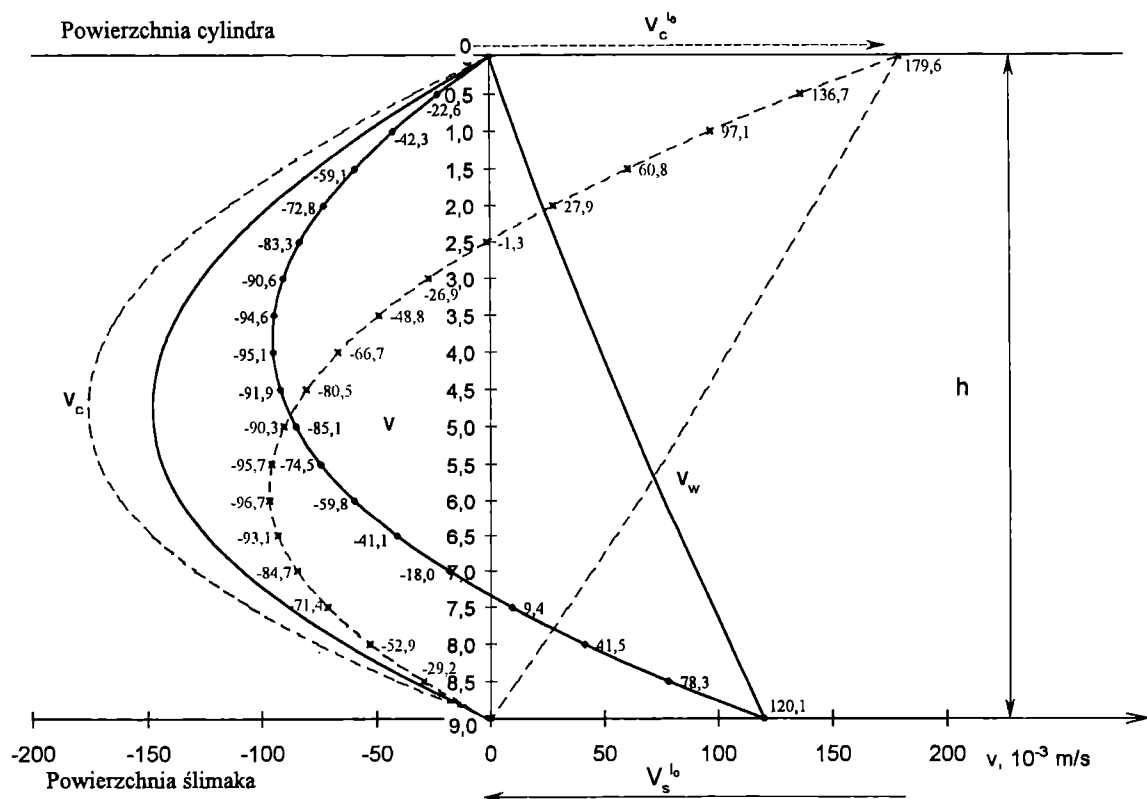
Rys. 6. Rozkłady prędkości przepływu PE-LD wzdłuż kanału śrubowego o głębokości $h = 5,5$ mm, do weryfikacji obliczeniowej; oznaczenia linii jak na rys. 4, pozostałe symbole w tekście

Fig. 6. LDPE flow velocity distributions along the channel $h = 5,5$ mm deep for calculational verification (for line designations see Fig. 4, for other designations see main text)



Rys. 7. Rozkłady prędkości przepływu PE-LD wzdłuż kanału śrubowego o głębokości $h = 7 \text{ mm}$, do weryfikacji obliczeniowej; oznaczenia linii jak na rys. 4, pozostałe symbole w tekście

Fig. 7. LDPE flow velocity distributions along the channel $h = 7 \text{ mm}$ deep for calculational verification (for line designations see Fig. 4, for other designations see main text)



Rys. 8. Rozkłady prędkości przepływu PE-LD wzdłuż kanału śrubowego o głębokości $h = 9 \text{ mm}$, do weryfikacji obliczeniowej; oznaczenia linii jak na rys. 4, pozostałe symbole w tekście

Fig. 8. LDPE flow velocity distributions along the channel $h = 9 \text{ mm}$ deep for calculational verification (for line designations see Fig. 4, for other designations see main text)

Są to już wszystkie dane umożliwiające wykorzystanie wzorów (27)—(29). Wyniki obliczeń prędkości przepływu PE-LD w warunkach $0 \leq y \leq$ kolejno: 3; 4; 5,5; 7 i 9 mm przedstawiają rys. 4—8.

WERYFIKACJA OBLICZENIOWA — MODEL Z OBRACAJĄCYM SIĘ ŚLIMAKIEM

Do weryfikacji obliczeniowej służy uprzednio przedstawiony przykład z tym, że obraca się ślimak, a nie cylinder, w kierunku przeciwnym niż cylinder, ale z taką samą prędkością obrotową $v = 1,0 \text{ s}^{-1}$.

Z warunku ciągłości przepływu ciśnieniowego wyznacza się w identyczny sposób ciśnienie p_1 na początku strefy dozowania, w odniesieniu do takich samych średnic średnich ślimaka D_{s1} i D_{s2} . Zatem przyrost ciśnienia tworzywa na długości strefy dozowania w warunkach poszczególnych głębokości kanału jest taki sam.

Szybkość ścinania tworzywa przy powierzchni rdzenia ślimaka można z wystarczającym przybliżeniem wyznaczyć z równania (48) [por. równanie (47)]:

$$\dot{\gamma}_s = \frac{V_s^{0_0}}{h_2} = \frac{\pi D_r v}{h_2} \quad (48)$$

Wartości lepkości η_s danego tworzywa w temp. 150°C odczytuje się z krzywej płynięcia [5] w odniesieniu do poszczególnych wartości $\dot{\gamma}_s$. Wartości $\dot{\gamma}_s$ odpowiadające poszczególnym głębokościom kanału oraz odpowiednie wartości lepkości PE-LD także zawiera tabela 1.

Korzystając ze wzorów (39)—(41) wykonaliśmy stosowne obliczenia prędkości przepływu tworzywa, zmieniając głębokość kanału ($h = 3; 4; 5,5; 7; 9 \text{ mm}$); rezultaty tych obliczeń przedstawiają również rys. 4—8.

PORÓWNANIE MODELI

Opisane badania teoretyczne kinematycznych modeli ślimakowego układu uplastyczniającego z obracającym się w takich samych warunkach cylindrem lub ślimakiem, zweryfikowane obliczeniowo w układzie współrzędnych śrubowych, upoważniają do następujących wniosków porównawczych dotyczących strefy dozowania:

— Prędkość przepływu wleczonego (obraca się cylinder) jest większa od prędkości przepływu rewlezonego (obraca się ślimak), co jest spowodowane niejednakową prędkością obwodową cylindra i ślimaka. W rozpatrywanym przykładzie obliczeniowym w przypadku wartości maksymalnych dotyczących głębokości kanału różnice te wynoszą: 11% gdy $h = 3 \text{ mm}$, 15% gdy $h = 4 \text{ mm}$, 20% gdy $h = 5,5 \text{ mm}$, 26% gdy $h = 7 \text{ mm}$ i aż 33% gdy $h = 9 \text{ mm}$.

— Prędkość przepływu ciśnieniowego w obu modelach różni się, co również jest spowodowane niejedna-

kową prędkością obwodową cylindra oraz ślimaka i związaną z nią różnicą szybkości ścinania tworzywa w kanale śrubowym, a w konsekwencji — różnicą lepkości tworzywa. Prędkość przepływu ciśnieniowego w modelu z obracającym się cylindrem jest większa niż w modelu z obracającym się ślimakiem — w rozpatrywanym przykładzie obliczeniowym różnice między maksymalnymi wartościami dotyczące kanałów o rozmaitej głębokości wynoszą odpowiednio: 6,2% gdy $h = 3 \text{ mm}$, 8,6% gdy $h = 4 \text{ mm}$, 11,3% gdy $h = 5,5 \text{ mm}$, 16% gdy $h = 7 \text{ mm}$ oraz 16% gdy $h = 9 \text{ mm}$.

— Równania opisujące prędkość przepływu wzdłużnego (wypadkowego) w obu modelach różnią się między sobą. W rozpatrywanym przykładzie, w odniesieniu do wartości maksymalnych, wartości prędkości tego przepływu są większe w modelu z obracającym się cylindrem niż w modelu z obracającym się ślimakiem — odpowiednio o 11% gdy $h = 3 \text{ mm}$, o 15% gdy $h = 4 \text{ mm}$, o 20% gdy $h = 5,5 \text{ mm}$, o 26% gdy $h = 7 \text{ mm}$ i o 33% gdy $h = 9 \text{ mm}$. Natomiast w przypadku wartości minimalnych prędkość ta w modelu z obracającym się ślimakiem jest większa o 36% gdy $h = 4 \text{ mm}$ oraz o 8% gdy $h = 5,5 \text{ mm}$ niż w modelu z obracającym się cylindrem i mniejsza od niej o 5% gdy $h = 7 \text{ mm}$ i o 4% gdy $h = 9 \text{ mm}$.

— Szybkość ścinania tworzywa w obu modelach różni się: szybkość ścinania w modelu z obracającym się ślimakiem jest równa szybkości ścinania w modelu z obracającym się cylindrem pomnożonej przez stosunek średnicy rdzenia ślimaka do średnicy wewnętrznej cylindra [$(D_r/D) < 1$]. W rozpatrywanym przykładzie stosunek ten wynosi: 54/60 = 0,9 gdy $h = 3 \text{ mm}$, 52/60 = 0,87 gdy $h = 4 \text{ mm}$, 49/60 = 0,82 gdy $h = 5,5 \text{ mm}$, 46/60 = 0,77 gdy $h = 7 \text{ mm}$ oraz 42/60 = 0,7 gdy $h = 9 \text{ mm}$.

— Lepkość tworzywa w modelu z obracającym się ślimakiem jest większa niż w modelu z obracającym się cylindrem; w rozpatrywanym przykładzie różnica ta wynosi 6% gdy $h = 3 \text{ mm}$, 9% gdy $h = 4 \text{ mm}$, 11% gdy $h = 5,5 \text{ mm}$ oraz 16% gdy $h = 7 \text{ mm}$ lub 9 mm .

Przedstawione porównanie dwu modeli kinematycznych ślimakowego układu uplastyczniającego w układzie śrubowym upoważnia do przyjęcia tezy, że modele te, pomimo identyczności formalnego zapisu niektórych charakteryzujących je równań ogólnych, różnią się w istotny sposób. Przyczyny tych różnic są zasadniczo takie same, jak przedstawione w przypadku porównania w układzie prostokątnym [1].

Największe wartości prędkości przepływu wleczonego (rewlezonego) oraz ciśnieniowego w obu układach współrzędnych — prostokątnym oraz śrubowym — są takie same i w związku z tym różnice między porównywanymi modelami w warunkach maksymalnych wartości tych prędkości są identyczne w obu układach współrzędnych. Natomiast w przypadku układu współrzędnych śrubowych, uwzględniającego rzeczywiste elementy geometryczne kanału śrubowego, występują inne rozkłady prędkości przepływu tworzywa. Rozkład prędkości przepływu wleczonego (rewlezone-

go) nie jest liniowy, jak w układzie prostokątnym, a rozkład prędkości przepływu ciśnieniowego jest niesymetryczny.

LITERATURA

1. Sikora R., Sasimowski E.: *Polimery* 1999, **44**, 600.
2. Zamodits H. J.: Ph. D. Thesis, Chemical Eng. University of Cambridge, 1964.
3. Yu Q. P., Hu G. H.: *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics* 1997, **69**, 155.
4. Yu Q. P., Hu G. H.: *Polym. Eng. Sci.* 1998, **38**, 819.
5. "Kenndaten für die Verarbeitung thermoplastischer Kunststoffe, Teil 2. Rheologie", Carl Hanser Verlag, Monachium — Wiedeń 198

Z KALENDARZA IMPREZ

31 maja—2 czerwca 2000 r. Ustroń, Polska. IV Konferencja Naukowo-Techniczna „Polimery i kompozyty konstrukcyjne”.

Zakres tematyczny konferencji: 1. Kompozyty konstrukcyjne i ich właściwości (kompozyty wzmocnione włóknami, napelniacze i polimery napelnione, układy hybrydowe, dziedziny zastosowania). 2. Materiały polimerowe o specjalnych właściwościach. 3. Zagadnienia wytrzymałości (projektowanie i metody obliczeń, problemy zniszczenia, zmęczenie i długotrwałość, inżynierskie procesy obliczeń). 4. Recykling polimerów i kompozytów konstrukcyjnych, maszyny i urządzenia.

Organizator: Katedra Budowy Maszyn Politechniki Śląskiej w Gliwicach.

Informacje: Joanna Czambor, Politechnika Śląska, Katedra Budowy Maszyn, 44-100 Gliwice, ul. Konarskiego 18a. Tel.: (0-32) 237-16-31, fax: (0-32) 237-23-36; e-mail: sekr@kbn.mt.polsl.gliwice.pl